

**TO, ČO VYZERÁ AKO NÁHODNÉ,
SA NIEKEDY MÔŽE UKÁZAŤ, ŽE TO
NÁHODA NIE JE**

Čaro teórie chaosu

Kým my ľudia chápeme pojem chaos ako nejakú nesúrodosť či paniku, v matematike má toto slovo trochu iný význam. „Chaotické systémy sa nedajú analyticky vyriešiť. Ale práve pravdepodobnostné a štatistické metódy spolu s výkonnými počítačmi nám pomôžu aj bez poznania presných riešení zistiť o nich veľa,“ tvrdí matematicka **RNDr. ANNA KRAKOVSKÁ, CSc. (58), ktorá sa už dlhé roky zaoberá teóriou chaosu. Čo to vlastne je a kde sa s tým môžeme stretnúť? Kto objavil efekt motýlich krídel? Prečo sa počasie nedá predpovedať úplne presne? Aké využitie má teória chaosu pri vyšetreniach srdca a mozgu? A kto je Laplaceov démon?**



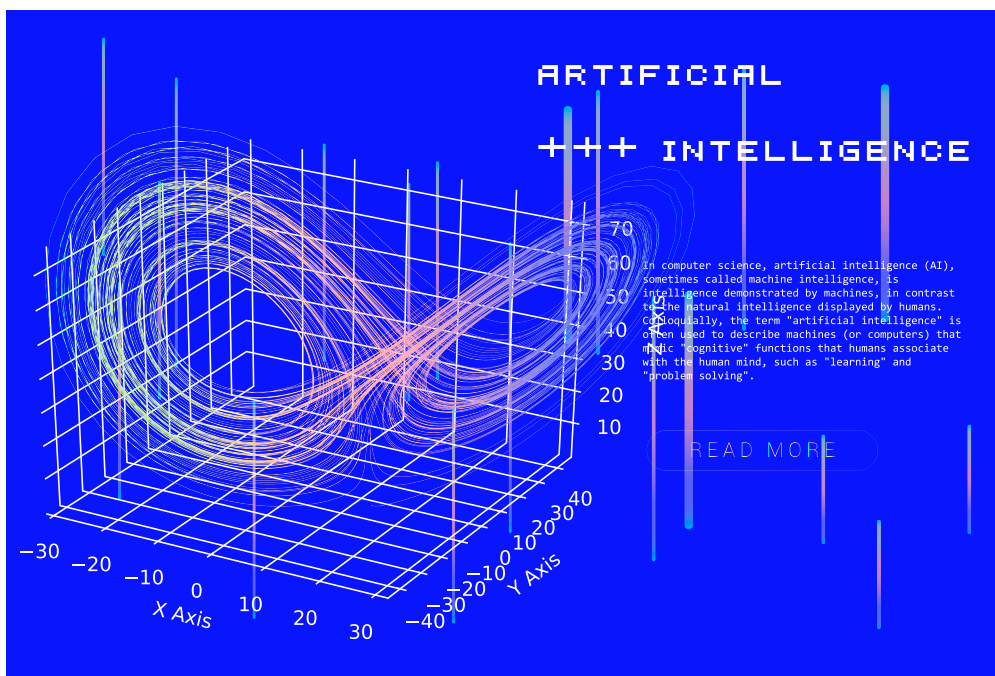
■ Teória chaosu je študijný odbor v matematike, nie je to trochu paradox? Ved' v matematike je poriadok, systém...

Tak to pripadá každému laikovi, pretože slovo chaos nebolo celkom vhodné zvolené. V matematickom zmysle však neznamená nič iné, len to, že systém je citlivý na voľbu začiatočných podmienok. Pod systémom tu myslíme najmä dynamický systém, teda vývoj nejakých procesov v čase, a matematicky je obvykle opísaný diferenciálnymi a diferenčnými rovnicami. Chaotický systém je deterministický, čiže má svoje presné pravidlá, len jeho správanie je špeciálne. Niekedy, keď sa riadi nelineárnymi rovnicami, sa totiž objaví citlivá závislosť od začiatočných podmienok. Z tej potom vyplýva, že ak procesy štartujú z nejakého bodu a majú určitý vývoj, tak po štarte z iného blízkeho bodu môžu mať úplne odlišný vývoj.

■ Ved' to je pochopiteľné...

No nie je to také jednoduché. Lineárne systémy to tak totiž nemajú. Keď pri lineárnych systémoch štartujete z dvoch blízkech bodov, priebehy sa budú držať blízko seba po celý čas. Nelinearita je pritom bežná v prírodných zákonoch. Predstavte si napríklad dve planéty, ktoré sú k sebe priťahované určitou silou. Ako silno by boli priťahované, keby vzdialenosť medzi planétami bola dvakrát väčšia? Dvakrát slabšie? To by bola možnosť, keby bol gravitačný zákon lineárny. Vieme však, že v skutočnosti by príťažlivá sila bola štyrikrát slabšia, lebo podľa Newtonovho zákona neklesá priamoúmerne so vzdialenosťou, čo je linearita, ale úmerne s druhou mocninou vzdialenosti. Druhá mocnina je príklad jednoduchej nelinearity. Príkladov rôznych iných nelineárnych funkcií je v prírodných zákonoch veľa.

■ **Spomínali ste začiatočné podmienky. Zrejme aj malá odchýlka dokáže zmeniť veľa.** Spomeňme v tejto súvislosti aj dnes už notoricky známy pojem „efekt motýľích krídel“, čo je zase len trochu efektnejšie pomenovanie pre citlivú závislosť systému od začiatočných podmienok. Tento pojem sa zrodil v roku 1972, keď si americký matematik a meteorológ Edward Lorenz v názve jednej svojej prezentácie položil otázku, či mávnutie motýľích krídel v Brazílii vyvolá tornádo v Texase. Keby sa počasie riadilo lineárnymi zákonmi, malo by



▲ Vizualizácia Lorenzovho atraktora, systému, ktorý spôsobuje motýľí efekt.

po mávnutí motýľích krídel na nerozoznanie rovnaký priebeh ako v prípade, keď by dotýčný motýľ neurobil nič. Počasie sa však riadi zákonmi plnými nelinearít a vďaka tomu stačí malý rozdiel na začiatku a tie dva scenáre môžu po krátkom čase nabrať radikálne odlišný kurz.

„Ľudský chaos je chaos v pôvodnom význame slova.“

■ Čiže ak o niekom povieme, že má chaotické správanie, je to vlastne v poriadku, lebo je v tom istý systém a pravidlá?

Áno, lenže nevieme aké (*smiech*). Ale ľudský chaos je skôr chaos v pôvodnom význame slova.

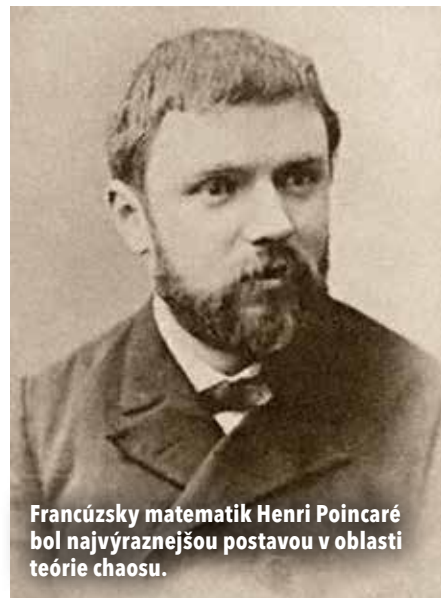
■ Dal by sa chaos porovnať s pravdepodobnosťou? Ved' aj v chaose predsa môžeme predpokladať, že sa tam niečo vyvinie, a istá pravdepodobnosť by tam teda mala byť, či nie?

Chaotické systémy sú nelineárne a na rozdiel od sústav lineárnych diferenciálnych rovníc sa nedajú analyticky vyriešiť. Ale práve pravdepodobnostné a štatistické metódy spolu s výkonnými počítačmi nám pomôžu aj bez poznania presných riešení zistiť o chaotických systémoch veľa.

■ Lenže to sme opäť na začiatku, pri matematike. Ved' v nej sa predsa dá všetko vyriešiť, či nie?

Nedá (*smiech*). Opakujem, ak máte lineárne diferenciálne systémy, t. j. na pravej

strane rovníc sú len lineárne funkcie, tak sa dá všetko krásne vyriešiť a riešenia môžete zapísať ako matematický výraz. Len čo sa tam však objaví nejaká nelinearita, napríklad už spomínaná druhá mocnina – čiže x^2 , vo väčšine prípadov matematické vyjadrenie riešenia nenájdeme. Môžeme si ho len numericky aproximovať (*riešiť zložitú matematickú úlohu postupnými približovacími krokmi – pozn. red.*) a nakresliť, ako budú riešenia vyzerať. Na toto dôrazne upozorňoval francúzsky matematik Henri Poincaré, keď reflektoval na výzvu švédskeho kráľa Oskara II., ktorý ponúkol finančnú odmenu tomu, kto dokáže, že slnečná sústava je stabilná. Že z nej napríklad zrazu nejaká planéta neodletí.



Francúzsky matematik Henri Poincaré bol najvýraznejšou postavou v oblasti teórie chaosu.

■ Ja osobne si myslím, že stabilná nie je...

Na to, aby ste to dokázali, sa musíte zamyslieť nad Newtonovou mechanikou. Zoberte si dve telesá, o ktorých vieme, že sa budú pohybovať po jednoduchej elipse okolo spoločného ťažiska. Len čo do hry pridáte tretie teleso, ktoré je priťahované prvými dvomi, zrazu môže byť pohyb tej trojice neopísateľne komplikovaný.

■ Dá sa to prirovnať k tomu, keď sa dvaja hádajú a zapojí sa do ich konfliktu tretí? Potom vznikne chaos...

Možno (smiech).

■ Ale veď planéta by odletieť mohla, ak by do nej narazil asteroid a vychýlil ju z dráhy. A hovorí sa aj o tom, že náš Mesiac sa pomaly odchyľuje z dráhy a niekedy v ďalekej budúcnosti uletí.

Áno, nečakané zásahy zvonku by mohli byť problém. Pokiaľ však ide o Poincarého, nedokázal, že slnečná sústava je stabilná, ale aj tak kráľovu cenu získal, pretože ukázal, že ani spomínaný „jednoduchý“ problém troch telies sa nedá matematicky vyriešiť. Tým a aj mnohými ďalšími objavmi v oblasti dynamických systémov a topológie položil pevné teoretické základy pre výskum toho, čomu dnes hovoríme chaos.

■ Mne toto často napadá, keď sneží a pofukuje vietor, že zdanlivo je tam neporiadok. Dalo by sa podľa všetkých možných vzorcov vypočítať, ktorá vločka kam spadne? I keď to vyzerá na zbláznenie, keďže sú ich tam milióny?

To ste teraz zabrdli do determinizmu Laplacea (*Pierre Simon de Laplace bol francúzsky matematik, fyzik a astronóm – pozn. red.*), ktorý po tom, ako Newton predstavil svoje pohybové zákony, nadobudol dojem, že už je všetko jasné a stačilo by poznať polohy a rýchlosti všetkých častíc na svete, aby sme vedeli všetko predpovedať do neobmedzene ďalekej budúcnosti. Čiže podľa neho by sa mali dať určiť aj presné trajektórie vašich vločiek.

■ Môže tam však nastať aj nepredpokladaná udalosť: napríklad vybuchne dom a tlaková vlna všetky trajektórie naruší. Čo potom? V Laplaceovom deterministickom svete je dané všetko dopredu. Aj výbuch.

■ Takže máme nekonečné množstvo rôznych kombinácií udalostí a javov. Veď to je strašné...

Podľa Laplacea atómy navzájom interagujú (*vzájomne pôsobia – pozn. red.*) podľa pres-

ných fyzikálnych zákonov, to určuje ich dynamiku a slobodná vôľa či náhoda nedostanú nijakú šancu ani rolu. Toto je predstava, ktorá sa pomerne dlho brala vážne. V Laplaceovom svete je nejaká nadradená inteligencia, dnes sa jej hovorí Laplaceov démon. Je to idealizovaná postava, ktorá pozná presný stav celého vesmíru, všetky prírodné zákony, má zdroje na neobmedzené predpovedanie a vie, čo sa bude diať do budúcnosti a aj to, čo sa dialo v minulosti.

„Stačí nepresnosť a všetko bude úplne inak.“

■ Videli ste film *Minority Report* s Tomom Cruisom, kde je vina trestaná skôr, než dôjde k samotnému zločinu?

Nie. Ale viem si predstaviť, že démon by povedal, že vyšetrotvatelia si len mysleli, že svojou slobodnou vôľou a snahou do diania zasiahli. V laplaceovskom svete je aj táto slobodná vôľa a snaha predpovedaná. Všetko je dopredu dané.

■ Je teda slobodná vôľa obmedzená? Veď napríklad človek nemôže lietať, hoci by chcel, je to proti fyzike...

Slobodná vôľa je popieraná len v Laplaceovom svete. Ja verím, že nejakú máme, ale verím aj v prírodné zákony a v to, že s lietáním to také ľahké nebude. K čomu však smerujem, je to, že tí, čo by sa chceli

predikčným (*predikcia – predpoveď, predpoklad – pozn. red.*) schopnostiam Laplaceovho démona aspoň trošičku priblížiť, narazia na komplikácie.

■ Aké?

Jednou komplikáciou je Heisenbergov princíp neurčitosti (*Werner Karl Heisenberg bol nemecký teoretický fyzik – pozn. red.*), ktorý hovorí o tom, že v kvantovej mechanike nevieme naraz merať rýchlosť aj pozíciu. Takže získať presné merania je problém. A druhú komplikáciu k tomu pridala práve teória chaosu, ktorá hovorí, že aj keby sme poznali všetky prírodné zákony, kvôli ich citlivej závislosti od začiatočných podmienok neurobíme spoľahlivú dlhodobú predpoveď. Ak totiž niečo presne neodmeriame, a stačí chyba na nekonečnom desatinnom mieste, tak po určitom čase trajektória systému pôjde úplne inde, než tvrdí naša predpoveď.

■ Pamätáte si seriál *Rozpaky kučaře Svtopluka Kuřátka*, keď diváci blikali svetlom, aby menili dej príbehu? Tvorcovia museli mať vopred nakrútené rôzne kombinácie deja.

Pamätám si. A keď už spomínate filmy, tak si ľudia v súvislosti s chaosom väčšinou spomenú na Jeffa Goldbluma v *Jurskom parku*. Je to síce podľa mňa dosť hrozný film, ale on tam asi minútu pomerne rozumne vysvetľuje, čo je chaos.

■ Je autorom teórie chaosu skutočný človek alebo sa to pomaly formovalo?

Formovalo sa to pomaly a výrazne to posunul spomínaný Henri Poincaré na prelome

Fraktály môžeme bežne vidieť aj vo voľnej prírode, napríklad na rastlinách.



19. a 20. storočia. A prvý chaotický atraktor podrobnejšie opísal Edward Lorenz. Ako meteorológ mal snahu robiť lepšie predpovede, modeloval javy v počasí, až sa v roku 1961 dostal k sústave troch diferenciálnych rovníc s jednoduchou nelinearitou na pravej strane, ktorá aproximovala procesy pri zohrievaní a chladení malej vrstvy kvapaliny. Pri ich numerickom riešení jednak získal dnes už dobre známy fraktálny atraktor motýlieho tvaru a jednak zistil, že ak zadá začiatočné podmienky s presnosťou napríklad na tri desatinné miesta, tak dostane úplne iný priebeh, ako keď ich zadá na štyri desatinné miesta.

■ Číže to je ten slávny efekt motýľích krídel?

Áno, to je efekt motýľích krídel.

■ Čo je to atraktor?

Zjednodušene je to množina bodov, ku ktorej sa správanie systému približuje. Napríklad ak máte rozkmitané kyvadlo, ktoré sa napokon zastaví, atraktorom je bod, v ktorom sa zastaví. Keď to znázorňujete vo viacrozmerom priestore, v každom čase je systém v nejakej pozícii, ktorá je daná súradnicami. Ak si nakreslíte pozície v rôznych časoch, dostanete trajektóriu, ktorá ukazuje, ako sa systém vyvíja. Predstavte si trajektóriu ako dráhu muchy poletujúcej v miestnosti. V lineárnych systémoch je len niekoľko možných typov správania trajektórie. Napríklad konverguje k bodovému atraktoru ako pri obyčajnom kyvadle, „odletí“ do nekonečna, cyklicky sa opakuje...

■ Dá sa to vysvetliť aj tak, že ak by sme mali mapu Bratislavy a sledovali na nej pohyb nejakého človeka za určitý čas, boli by miesta, kde sa najčastejšie zdržiava, atraktory?

Také miesta by mi skôr vzdialene pripomínali takzvané periodické body. No ak sa budeme baviť len o horizonte jedného dňa, domov by mohol byť bodovým atraktorom, ku ktorému najneskôr na noc dokonvergujeme.

■ Ako sa dá vysvetliť tvrdenie, že nepredvídateľnosť v systéme poskytuje určitú mieru predvídateľnosti?

V prípade chaotických systémov by to mohlo znamenať, že ich síce nevieme predpovedať, ale poznáme atraktory, okolo ktorých sa budú pohybovať. Nevieme presne, čo sa v dlhšom horizonte stane, vieme však veľa o tom, čo sa stať môže a čo nie.



■ Mne toto všetko začína pripomínať patafyziku, ktorá sa venuje skúmaniu imaginárnych javov vymykajúcich sa fyzike a metafyzike...

(Smiech) Ale to vôbec nie. Toto je exaktná matematika. Možno samotné slovo „chaos“ spôsobilo, že to takto vyznieva.

■ Dá sa teda nahradiť iným pojmom, aby to ľuďi toľko nemiatlo? Keďže pod chaosom si často predstavíme paniku a neprehľadnú situáciu?

Slovo chaos v danom kontexte prvýkrát použil americký matematik James Yorke, ktorý má, mimochodom, aj slovenské korene, v nadpise svojho slávneho článku z roku 1975. Ani Lorenz dovtedy nepoužíval slovo chaos, hovoril o iregularite – nepravidelnosti riešení, keďže typické riešenie chaotického systému nie je periodické, na aké sme zvyknutí pri lineárnych systémoch.

„Chaos je súčasťou nášho sveta.“

■ Laik by povedal, že je to náhoda. Je to náhoda?

Nie je to náhoda. Je to deterministický proces, ktorý vyzerá ako náhoda a práve tým je to pre vedu zaujímavé. Chaos nás naučil, že to, čo vyzerá ako náhodné, sa niekedy môže ukázať, že to náhoda nie je.

■ Číže ak niekde niekoho náhodne stretnem, nie je to náhoda? Pretnú sa iba naše trajektórie?

Niekedy je náhoda naozaj len náhoda. A niekedy do hry na nejakej úrovni vstúpi aj deterministický chaos.

■ Takže, ak napríklad idem do knižnice a stretnem kamarátku alebo kamaráta, zdržím sa a medzitým mi zavrú knižnicu, tak sa mi trajektória úplne zmení, však? Dá sa to vysvetliť aj takto?

(Smiech) Neviem, či by som to spájala s chaosom. V tom príklade je veľa náhody a slobodných rozhodnutí, ktoré riadili vašu trajektóriu.

■ Z toho vyplýva, že aj ja som vám dnes narušil trajektóriu už len tým, že sa teraz spolu zhovárame...

V podstate áno, bola to jedna z možností (smiech).

■ Môže byť v chaose rovnováha?

Čo tým myslíte?

■ Že sa to všetko nejako zneuguje, keď zrátate všetky údaje cez všetky možné potrebné rovnice a vzorce, a výsledkom bude nula.

Niečo ako rovnováha tu je v tom zmysle, ktorý som už spomínala – že aj keď je typické správanie iregulárne, systém zostáva v oblasti vymedzenej jeho podivným, komplikovaným atraktorom. A to až dovtedy, kým nejaký vonkajší zásah nezmení samotný systém. K takým zmenám sa vyjadruje takzvaná bifurkačná analýza (bifurkácia – rozdzvenie, rozvetvenie – pozn. red.). Po úprave parametra systému sa z chaotického môže stať systém s periodickým správaním. Poznajú to napríklad tí, ktorí na osciloskope sledujú správanie elektronických obvodov. Pri niektorých obvodoch môžete po preladení parametra namiesto periodických výstupných signálov pozorovať chaotické. Ale chaos je súčasťou nášho sveta a nie je to niečo zlé, čo treba vynulovať alebo spravidiť. Napríklad EKG srdca nie je úplne pravidelné a predpokladá sa, že je to zdravý stav.

■ Prečo?

Pretože srdce je takto lepšie pripravené na vonkajšie vplyvy. Chaoticky si ide v tom svojom nie celkom pravidelnom rytme, no svojím spôsobom je v akejsi stabilite. Ak ho niečo vychýli, bude pokračovať po inej, tiež nie celkom pravidelnej trajektórii, ale udrží sa v oblasti svojho atraktora. Keď je EKG príliš pravidelné, dosť často to znamená nejaký problém. Je to správanie

◀ Na fraktálnych princípoch zbohatlo animačné štúdio Pixar. Pomocou jednoduchých nelineárnych pravidiel začali do animovaných filmov vytvárať úžasné fraktálne krajiny, ktoré sú na nerozoznanie od reálnych scenérií. Túto možnosť využívajú aj tvorcovia sci-fi filmov.

ako pri lineárnych systémoch, ktoré keď vychýlite, už sa nevráti do pôvodného stavu, ale preskočí na inú trajektóriu a tá už nemusí byť „zdravá“.

■ Nedá sa to späťne vyladiť?

Buď nedá, alebo len drasticky, podobne ako keď dôjde k fibrilácii a len zmena parametrov systému – realizovaná napríklad elektrickým šokom z defibrilátora – dokáže prinútiť srdce, aby sa vrátilo k pôvodnému režimu.

■ Dalo by sa teda predpokladať, že môže dôjsť k arytmii, a vypočítať, kedy k nej dôjde?

Je to jedna z motivácií – tá idealistická predstava pozeráť sa na dynamiku srdca a vidieť, že sa dostáva do nejakej nebezpečnej zóny. A na základe toho určiť vhodnú vonkajšiu reguláciu – elektrický impulz, liečebný zásah, terapiu, aby sa systém dostal do želaného módu činnosti.

■ Je to v podstate intuícia dotýčného lekára na základe jeho skúseností, podobne ako to majú meteorológovia pri predpovedí počasia?

Áno, pri srdcových problémoch sme odkázaní na intuíciu a skúsenosť lekára. V mojej, možno naivnej vízii by však automatický klasifikátor priebežne sledoval činnosť srdca a upozorňoval na potenciálne nebezpečenstvá, ktoré by pohľadom na bežné EKG ešte nebolo možné odhaliť. Signalizoval by nutnosť vyhľadať lekára či užiť lieky. A kým lekárska intuícia je silný nástroj, u meteorológov má krátky dosah. Veď hlavným poučením chaosu pre meteorológiu je to, čo si Lorenz uvedomil už v roku 1963 – že citlivá závislosť od začiatočných podmienok znamená koniec

snahy predpovedať počasie na dlhšie než na pár dní.

■ Takže predpoveď počasia nebude nikdy dokonalá, pretože presne nepoznáme úplne všetky fyzikálne záležitosti, ktoré sa v ňom dejú?

Jednak to a aj keby sme ich poznali, kvôli nelinearitám bude v modeloch efekt motýľích krídel. S tým nič neurobia presnejšie a rozsiahlejšie merania. Limity na predpoveď počasia zostanú krátke.

■ Možno povedať, že ak by sme v nejakom výpočte chaosu použili Ludolfovo číslo π , tak výsledok nikdy nebude presný, lebo dodnes nevieme presnú hodnotu π ? Samozrejme, že nie. To by vedel iba Laplaceov démon.

„Presná predpoveď počasia jednoducho neexistuje.“

■ Človek si nedokáže predstaviť hodnotu nekonečna alebo samotné vákuum. Dokážeme vôbec pochopiť chaos? Jeho systém? Ved' to je toľko možností, že to jednoducho našim mozgom neobsiahneme.

Zápisy rôznych chaotických systémov môžu byť komplikované, ale aj úplne jednoduché. Lenže väčšinou pri nich narazíme na problém s dlhodobými predpoveďami. Vznikol tým tlak na vývoj nových predikčných metód, aby sme vedeli čo najpresnejšie predpovedať aspoň krátkodobu – na časové horizonty, ktoré nám chaos dovolí.

■ Ak dieťa dostane päťku, vie, že doma sa z toho tešiť nebudú. Je to príklad krátkodobej jednoduchej predpovede?

Je.

■ Pred časom som frflal, prečo sa matematici vyjadrujú ku covidu, a teraz som to vďaka vám pochopil!

To ste sa naozaj rozčuľovali? Veď nikto iný nemá šancu to predpovedať, iba matematici (*smiech*). Niekedy ani oni. Treba priznať, že ponúknuť užitočný model, keď sú jeho parametre neznáme alebo sa každú chvíľu menia, nie je vôbec jednoduché. Nehovorím, že matematici sú odborníci na koronavírus. To sú virológovia, vývojári vakcín a liečiv a ďalší špecialisti. Epidemiologické modely alebo modely toho, ako sa vyvíjajú populácie rôznych živočíchov a podobne, sú už však doménou matematiky. A aj v takýchto modeloch sa často stretávame s chaosom, a teda aj s ťažkou predpovedateľnosťou.

■ Číže aj covid je chaos?

Niektoré modely šírenia vírusu pripúšťajú aj chaotický scenár.

■ Keď som si na vás pripravoval všetky tieto zákerné otázky, dozvedel som sa, že s teóriou chaosu niečo majú fraktály. Čo to je?

Napríklad spomínaný Lorenzov motýľí atraktor je fraktálom. Jedným z najjednoduchších školáckych príkladov fraktálu je Cantorova množina. Vznikne tak, že z úsečky odoberiete jej strednú tretinu, z tých dvoch menších kúskov, ktoré zostali, opäť odoberiete ich stredné tretiny a taktu postupujete „do nekonečna“. Čo nakoniec dostanete? Nejakú množinu bodov alebo maličkých úsečiek? Vedci na takéto prípady vymysleli špeciálnu mieru, tzv. fraktálnu dimenziu. Dimenzia bodu je nula, úsečky alebo čiary jednotka, plošnému útvaru priradíme dvojku a to, čo má objem, bude mať dimenziu tri. A napríklad tá zmes ani bodov, ani úsečiek v našej Cantorovej množine má fraktálnu dimenziu 0.63. Takéto „čudá“ s neceločíselnou dimenziou sú fraktály. Ich ďalšou typickou vlastnosťou je, že v rôznych meradlách ukazujú rovnaké vzory. Keď si prítomnosť fraktálov pripustíme, začneme ich zrazu vidieť všade v prírode. A ony aj všade sú. Vďaka tomu na fraktálnych princípoch zbohatlo animačné štúdio Pixar, keď pomocou jednoduchých nelineárnych pravidiel začali do animovaných filmov vytvárať úžasné fraktálne krajiny, ktoré sú na nerozoznanie od reálnych scenérií.



◀ Teória chaosu je využívaná aj v oblasti zdravotníctva, napríklad pri dynamike srdca alebo výskume signálov mozgu.

Keď sa vrátim k vašej otázke: chaotické systémy majú obvykle fraktálne atraktory, tu je tá prepojenosť. Tým, že typické chaotické trajektórie sú neperiodické, musia sa pohybovať tak, aby sa nezacyklili, nepretínali a zároveň ostávali v ohraničenej oblasti. V dôsledku toho je atraktor systému komplikovaná štruktúra, ktorá je fraktálom. Je to náročné na predstavu, a to nielen pre laikov.

■ **Číže všetko malé je vlastne zmenšeninou väčšieho?**

V takzvaných sebedobných fraktáloch áno.

■ **Takže ak to funguje v prírode, mohol by byť náš vesmír bunkou niečoho obrovského?**

Nie som astronóm, ale môžeme si to predstaviť ako hypotézu. V našej realite však opakovanie vzorov nejde do nekonečna, väčšinou len cez niekoľko škál. Môžeme to pozorovať pri stromoch, keď sa konáre niekoľkokrát, ale nie nekonečnekrát, rozvetvia, alebo cievy v organizme, či plynové alebo vodovodné potrubia v mestách. Fraktály však naozaj nájdeme všade. Napríklad výskyt zemetrasení, rozdelenie bohatstva a mnoho ďalších javov je charakterizovaných mocninovými zákonmi a tie takisto súvisia s fraktálmi.

■ **Mohli by sme predsa len na základe tohto všetkého predpovedať budúcnosť?**

Predpovedať môžeme len lineárne alebo niektoré jednoduché nelineárne procesy. Ak chcete predpovedať budúcnosť v nejakom ambicióznejšom zmysle, tak vám do modelu nevyhnutne vstúpia nelineárne procesy s efektom motýľích krídel. Potom sú možné už len krátkodobé predikcie.

■ **Stále ma to zväzda k mojej teórii snehových vločiek...**

Keby ste boli Laplaceov démon, tak by ste to zvládli. Ako normálnemu smrteľníkovi vám v predpovedaní zabráni už spomínaný princíp neurčitosti v kombinácii s chaosom v modeloch.

■ **Súvisia s teóriou chaosu prvočísla?**

Myslím, že boli pokusy nájsť súvislosť. No neviem, do akej miery boli úspešné.

■ **Teória chaosu sa využíva aj v sociálnych modeloch. Dá sa pomocou nej predpokladať správanie jednotlivca?**

V sociálnych modeloch, ktoré skúma napríklad takzvaná teória hier, sa takisto môže objaviť chaos. Skôr než správanie konkrétneho jednotlivca sa dá od takýchto



RNDr. ANNA KRAKOVSKÁ, CSc. (58)

matematička

Absolvovala odbor matematická analýza na Matematicko-fyzikálnej fakulte UK v Bratislave.

Od roku 1987 pracuje ako vedecko-výskumná pracovníčka v Ústave merania SAV v Bratislave.

V súčasnosti je vedúcou Oddelenia teoretických metód.

Zaoberá sa teóriou chaosu, skúmaním fraktálnej zložitosti a aktuálne najmä kauzálnou analýzou zložitých dynamických systémov.

Aktívne pôsobí ako školiteľka v rámci bakalárskych, diplomových a doktorandských projektov.

Je autorkou mnohých odborných článkov.

Vo voľnom čase sa venuje maľovaniu, sleduje moderné výtvarné umenie a architektúru, užíva si čas strávený s rodinou, jazdí na elektrobicykli a lyžuje.

■ **Môže sa stať, že sa táto teória uzavrie?**

Zatiaľ si to neviem predstaviť. Teórie väčšinou prechádzajú najprv prudkým rozvojom, ktorý, samozrejme, netrvá navždy. Teória chaosu svoje najsilnejšie, aj laikmi pochopiteľné zbrane už asi predviedla. Ukázala, že to, čo vyzerá komplikovane, sa niekedy dá modelovať niekoľkými rovnicami. Ukázala tiež, že niektoré javy nikdy nebudú dlhodobo predpovedateľné. To asi nepoteší každého, ale tak to je. Aspoň nás to núti zdokonaľiť nástroje na kvalitatívnu analýzu systémov, modelovanie a na spresnenie krátkodobých predikcií. V chaosu je ešte veľa práce.



Dan Himič

modelov očakávať porozumenie tomu, aké rôzne scenáre môžu nastať pri zmenách parametrov modelu.

■ **Takže dalo by sa predpokladať správania ľudí napríklad, čo sa týka znečistenia prostredia?**

Sociálne modely nie sú mojou doménou, ale z diaľky vidím, že vývoj v tejto oblasti je aktívny. Reakcie ľudí na rôzne javy, vzájomné interakcie, možné dôsledky, optimistické aj katastrofické scenáre, to všetko sa skúma a modely nás učia lepšie rozumieť tomu, čo sa dá od nás ľudí očakávať.

■ **Čo vás osobne k tomu chaosu pritiaholo? Ved' je to ako hlavolam.**

Keď som po škole nastúpila do Slovenskej akadémie vied, bola to vzušujúca nová téma plná neprebádaných problémov. Začala som sa jej v rámci mojej doktorandskej práce venovať. Vyštudovala som predtým matematickú analýzu, takže k diferenciálnym rovniciam som mala blízko. Postupne som sa venovala odhadom fraktálnej zložitosti, predikciám chaotických signálov, dynamike srdca a signálom z ľudského mozgu. Momentálne sa s niekoľkými kolegami venujeme najmä takzvanej kauzálnej analýze. Snažíme sa na základe nameraných údajov zistiť, či jeden systém ovplyvňuje druhý. Modely, o ktorých predpokladáme, že sú za meranými javmi, môžu byť aj chaotické. Takže celý svoj pracovný život som blízko pri chaosu.

■ **Cítite niekedy pri skúmaní bezmocnosť, keď proste tušíte, o čo ide, ale neviete prísť na to, čo to je?**

Niekedy aj dvadsaťštyri hodín denne a mnoho dní za sebou (*smiech*). Frustrácia je jeden z našich pracovných nástrojov.